Math.
No. 118
www.sugakukobo.com

会報 2015 年 9 月
数学工房

2015 年 秋 巻 頭 言

今年の狂ったような、夏の酷暑も漸く過ぎ去りそうです。間もなく秋の夜長が始まります。物事を深く考え、数学を深めるには嬉しい季節です。

◆秋学期の新規開講講座　さて秋学期から函数解析概論の連続講座を開講します。この講座は解析学の各専門分野に向かう前の基礎素養としての函数解析です。およそ解析のどのような専門分野に向かうにせよ、数学の基本語彙と文法、微積分、線型代数、一般位相、複素解析のほかに、ちょっと考えただけでも、函数解析の基礎、測度の一般論、さらに位相群上の不変測度、Radon 測度、位相線形空間（特に局所凸空間に関係した基本定理、また弱位相）、少なくとも Banach 空間、Hilbert 空間とその上の作用素、ノルム環 etc 、なかなかこれだけの事を身につけるのは大変なことで、専門への入門書でもこの部分は粗雑になりがちです。一度整理しておく必要を感じて計画を練っています。無論そのボリュームからしてあくまでも基本的な事にとどまります。したがって細かい証明は必ずしも与えませんが、概念間の構造は可能な限り明快に示すつもりです。今学期の数学と基本語彙と文法はアドヴァンストコース、Zorn の補題や選択公理、濃度の理論等実際に使う立場からのアプローチです。

◆ Cauchy

最近、久しぶりに 19 世紀数学史の解析関数論の歴史 * を紐解いています。近いうちに形式冪級数の理論のトピックスとして Puiseux 級数と代数関数を取り上げるつもりなので、揺籃期の関数論研究の周辺の歴史を調べておきたかったからです。私たちは関数論の基礎付けと言えば、反射的に Cauchy と Weierstrass そして Riemann の 3 人の業績を思い出しますが、現実の世界というのは結果として遠望が利く今とは全く様相が異なります。当時の最先端の関心事は楕円関数論の基礎付け、さらに Abel 関数論への発展です。Cauchy が既に複素線積分等複素解析の基礎についてかなりの成果をすでに出していたのに、この時代のこの分野の先端の研究者たちは Cauchy の仕事への言及がありません。例えば Jacobi はもとより Weierstrass も Cauchy を全く引用していないようです。一つの原因として著者が挙げているのは、Cauchy が熱烈なカトリックで王党派（反革命派）であって偏屈ものとして周囲から孤立していたというようなことを度外視しても、彼自信の関心事は広範で、独自で、楕円関数論や Abel 関数論の基礎付けといった up to date な問題にほとんど関心を示してないというのです。現在 Cauchy 理論と呼ばれる自身の仕事によって、ほぼ必要としている道具がそろっていたのにも関わらず。結局 Cauchy 理論を基礎にした、より平易な代数関数論の骨格を作ったのが Puiseux なのです。

これを読んで、個人的な記憶を思い出しました。昔 Cauchy の不等式の一般化をしようとした時のことです。Cauchy の不等式とは、Gram 行列式の正値性！（すなわち）基礎空間から導かれる、多次元空間の上の基本図形の生成する線型空間の Euclid 計量の正値性の特別な場合であると見抜くことができて、2 つのお気に入りの対象の統一的な理解ができて、とてもうれしかった事があるのですが、まもなく、たまたま Cauchy の行列式について書かれたものを見る機会がありました。そこに載っていた Cauchy が発見したという一連の恒等式を見て、Cauchy という人は、私が気付いたことの本質的な部分は先刻ご存知か！すでに基本図形の空間の Euclid 構造を知っていたのでは？と思いました。そのようにも見えますが、上の事実と当時多次元空間の概念はまだ冥界の出来事であったことを考え合わせると、関数論の基礎付け同様 Cauchy 自身には先駆者として、多次元空間の計量幾何学を体系的に開発するという意識はなかったかもしれないのかな？と思いました。にもかかわらず。無意識の直感はちゃんと道標を見つけています。面白いですね。

◆数学の学びと幸福

ところで、今回の巻頭言を書くにあたって、改めて、数学の学びとは何か？数学を通じて幸福になるとはどういうことかと考えてみました。Pythagoras 流に言えば、森羅万象の背後に働く法則性を発見し、記述し、理解するための言語と術を自在にする心身と感性を育てるための修行の道のりではないでしょうか？このような世界は、日常的な感覚、習慣、常識、悟性に浸っている限り到達できない世界です。最終的に、数学を通じて根源的なものを理解する喜びと、人としてのありようが一体化していくことではないでしょうか！私の考える数学工房の役割は、そのために必要な修行の始めの第一歩の稽古の場を提供するというところにつきます。

無論、実際的な意味でも、高度な数学に必要な基礎力が身につくことは当然のこととして、理想を言えば、

それ以上のものを目指したいではありませんか! 短期的、局所的な、目先の思いのみに突き動かされた、人間社会の惰性と狂気とは一線を画して生きるために。

2015 年 8 月の最後の日に　数学工房　桑野耕一

*『19 世紀の数学 II 幾何学・解析関数論』
A.N. コルモゴロフ他編　小林昭七監訳　朝倉書店

秋　学　期　講　座　案　内

2015 年 9 月～12 月

2015 年秋学期講座は、入門 4 講座、初級 2 講座、中級 2 講座、初級入門 1 講座、中級入門 1 講座を開講します。

<< 秋学期講座一覧 >>

略号	講座名	講座開始日	レベル
I.A	解析教程	9 月 20 日	入門
I.D	初等線型代数と微積分 II	9 月 27 日	入門
I.F	無限の作法	9 月 19 日	入門
I.G	確率論の数学概論	11 月 7 日	入門
I.C	形式冪級数環をめぐって	11 月 15 日	初級入門
E.A	抽象位相 II	9 月 20 日	初級
G	抽象線型代数 II	9 月 26 日	初級
I.B	複素関数論	11 月 14 日	中級入門
M.A	函数解析概論	11 月 8 日	中級
M.B	コンパクト作用素の Lp 理論	9 月 27 日	中級

<< 秋学期講座詳細日程 >>

月	日	曜日	略号	時間
9	19	土	IF1	14:00 － 18:00
	20	日	IA1	11:00 － 13:00
	20	日	EA1	14:00 － 18:00
	26	土	G1	14:00 － 18:00
	27	日	ID1	11:00 － 13:00
	27	日	MB1	14:00 － 18:00
10	3	土	IF2	14:00 － 18:00
	4	日	IA2	11:00 － 13:00
	4	日	EA2	14:00 － 18:00
	10	土	G2	14:00 － 18:00
	11	日	ID2	11:00 － 13:00
	11	日	MB2	14:00 － 18:00
	17	土	IF3	14:00 － 18:00
	18	日	IA3	11:00 － 13:00
10	18	日	EA3	14:00 － 18:00
	24	土	G3	14:00 － 18:00
	25	日	ID3	11:00 － 13:00
	25	日	MB3	14:00 － 18:00
11	7	土	IG1	14:00 － 18:00
	8	日	IA4	11:00 － 13:00
	8	日	MA1	14:00 － 18:00
	14	土	IB1	14:00 － 18:00
	15	日	ID4	11:00 － 13:00
	15	日	IC1	14:00 － 18:00
	21	土	IG2	14:00 － 18:00
	22	日	IA5	11:00 － 13:00
	22	日	MA2	14:00 － 18:00
	28	土	IB2	14:00 － 18:00
	29	日	ID5	11:00 － 13:00
	29	日	IC2	14:00 － 18:00
12	5	土	IG3	14:00 － 18:00
	6	日	IA6	11:00 － 13:00
	6	日	MA3	14:00 － 18:00
	12	土	IB3	14:00 － 18:00
	13	日	ID6	11:00 － 13:00
	13	日	IC3	14:00 － 18:00

◆ I.A　解析教程
（1）実解析関数、初等関数
　1）一般論
　2）初等超越関数
　3）定数係数の微分方程式
（2）トピックス

◆ I.D　初等線型代数と微積分 II
（1）連続写像、ベクトル場
（2）領域上の積分
（3）線型代数からの補充
（4）写像の微分と Jacobi 行列、積分の変数変換
（5）基礎積分の計算

◆ I.F　無限の作法
（１）Zorn の補題の定式化と用法
（２）選択公理
　　１）直積集合
　　２）選択公理の導出
　　３）選択公理から導かれる基礎原理
（３）トピックス

◆ I.G　確率論の数学概論
（１）確率事象の σ 代数、可測写像再論
（２）確率変数の積分、期待値、分散、モーメント
（３）多変数の分布と分布関数
（４）確率変数の独立
（５）期待値積分

◆ I.C　形式冪級数環をめぐって
（１）可換環上の冪級数環
（２）可換環のイデアル概論
（３）可換環上の冪級数環の構造
（４）多変数形式冪級数環

◆ E.A　抽象位相 II
（１）フィルタ
　　１）フィルタの一般論（復習）
　　２）フィルタによる位相の記述
（２）ネット
　　１）ネットの概念、フィルタとの関係
　　２）ネットによる位相の記述
（３）射影位相、帰納位相
　　１）始位相、終位相
　　２）射影位相
　　３）帰納位相
　　４）直積位相

◆ G　抽象線型代数 II
（１）線型写像の定義と基本的性質
（２）線型写像の空間と応用
（３）線型形式と双対空間、アジョイント
（４）行列表現
（５）線型変換と線型変換の代数、最小多項式
（６）射影

◆ I.B　複素関数論
（１）微分形式
　　１）微分形式の積分
　　２）微分形式の原始関数
　　３）Green-Riemann の公式
　　４）閉微分形式
　　５）道に沿った原始関数
　　６）ホモトピー
（２）正則関数の Cauchy 理論
　　１）Cauchy の定理
　　２）Cauchy の積分公式
　　３）Cauchy、Taylor の表現定理
　　４）連続定理、一致の定理

◆ M.A　函数解析概論 I
（１）Σ 代数と測度、外測度
（２）可測空間、可測写像
（３）可測関数の積分
（４）完備化と直積測度空間
（５）Lp 理論
（６）Radon 測度

◆ M.B　コンパクト作用素の Lp 理論
（１）コンパクト作用素の基本的な性質
（２）正値作用素に対するトレースと Schatten p-norm
（３）Schatten p-class の Lp 理論
（４）重要な例
（５）Hilbert 空間のテンソル積

[料金]
通常講座
一括払い ￥32,000（学割￥25,000）
各回払い ３回のセミナー　１、２回目￥12,000（学割￥9,000）　３回目￥10,000（学割￥9,000）
４回のセミナー　１回目￥10,000（学割￥9,000）
２回目以降￥8,000（学割￥6,000）
６回のセミナー　１回目￥6,500（学割￥6,000）　２回目以降￥5,500（学割￥4,000）

会 員 か ら の メ ッ セ ー ジ

■夢は新しい投資理論の構築！（山本潤さん）
　会員の山本潤と申します。職業は、外資系投資顧問にて株式ファンドを運用するファンドマネージャです。いろいろな上場企業を訪問し、工場見学や取材を行い、数ある企業の中から次世代に残したいと心から思える企業を厳選します。企業の収益を予想する場合に、企業の置かれた社会的な役割や彼らが提供する財やサービスについて分析し、それらに対する潜在的な社会の需要を計量します。難しいのは、潜在需要が「目に見えない」ことです。モノや製品がいくつ売れるかといったことを突き詰めて考えていくと、社会全体を俯瞰しなければなりません。もちろん、基本的人権遵守の流れや環境保護といった普遍的な価値やその時々の「時代の風」が企業経営に影響を与えています。数学の包容力や構築力を用いることで、世の中で生じる無数の事象群を因果関係として総合的に記述できるのではないか、と期待して、社会人学生として、現在、大学院で数学を学んでいます。もちろん、数学を学ぶ意味は、それ自体、楽しいものですから、老後の趣味にしたいと思っています。俳句や囲碁もいいですが、それよりも、世界中の社会的意義のある学術論文を読み、それらに共感しな

がら余生を過ごしたいと考えたことも、数学を学ぶ理由のひとつです。現状、人類は、まだまだ宇宙のことも、太陽系のことも、地球のことも、生態系のことも、海のことも、山のことも、なにより、自分自身のことさえ、あまりよくわかっていません。ですが、毎年、いろいろな仮説や実験の成果が世界中でなされています。これはわたしの野心ですが、これまでにない包括的な投資理論を構築したいと思っています。経済学のモデルでは、局所的には個人の意思決定について上手く説明できます。局所モデルを張り合わせて、グローバルに拡張し、社会全体を記述する投資理論がありません。何年かかるかわかりませんが、新しい投資理論を作るのが職務です。さて、数学工房で学ぶ理由ですが、数学科出身ではないため、数学科の学部レベルの基礎が不十分なまま、この 2 年間、大学院で位相幾何などに取り組んでいました。社会人ですから平日は時間がとれません。週末に開催される基礎講座を探していたところ、数学工房の存在を知り、2014 年から IF を受講しました。数学工房の桑野先生は、基本を大切にし、段階を踏んで、受講生のレベルに合わせた教え方をされています。数学工房の利用の仕方ですが、わたしの場合は、聞いて理解できるだけでは、数学を実際に使うことはできないと痛感しています。人に説明できるようになることが本当に分かったことであると考えて、同じ講座であっても、反復練習のために、複数回受講しています。IF も二回受講しました。初回は内容を理解するために。二度目は完全にものにするためです。わたしの場合、平日夜は大学院の幾何学の勉強に集中します。一方、週末は数学工房にて、位相や解析や代数の基礎を幅広く反復して、トータルに数学の力がつくように努力しています。週末の数学工房の講座は、そんな事情で、事前準備（予習）をする余裕がありません。ですが、桑野先生は、実際、ステップ・バイ・ステップで、講座を構成されているので、しっかりノートをとり、後々、復習をすれば、必ずわかるように工夫されています。数学工房に通ってまだ 2 年弱ですが、稽古の反復によって、独力で数学書や論文が格段に読めるようになりました。数学科の学部生は、まず、数学工房で基礎を学ぶべきではないかと考えています。私ごとですが、子ども 4 人は全員男の子ですが、子どもたちが数学に興味をもつようになってきたのも、親であるわたしが自宅で数学を楽しそうに学習する姿を見ているからだと思います。高校生 3 年生の長男と一緒に数学工房の集中講座を受けたこともよい思い出です。

写真 1：山本　潤さん

入門桑野道場（第 29 回）

/// 記　桑野道場師範代　半田伊久太 ///

前回の問題

定義

$I(\subset \mathbb{R})$ を区間とする．$f : I \to \mathbb{R}$ が凸であるとは，任意の $x_1, x_2 \in I$ と任意の $t(0 \leq t \leq 1)$ について $f((1-t)x_1 + tx_2) \leq (1-t)f(x_1) + tf(x_2)$ が成立することである．

問題

1. $I(\subset \mathbb{R})$ を区間とするとき，以下の命題は同値であることを示せ．
   (a) $f : I \to \mathbb{R}$ が凸である．
   (b) $G_f := \{(x,y) \in I \times \mathbb{R} \,|\, x \in I, f(x) \leq y\}(\subset \mathbb{R}^2)$ が凸である．
   ただし，$A(\subset \mathbb{R}^2)$ が凸であるとは任意の $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in A$ と任意の $t(0 \leq t \leq 1)$ に対して $(1-t)(x_1, y_1) + t(x_2, y_2) \in A$ が成立することである．
   (c) $x_1, x_2, x_3 \in I(x_1 < x_2 < x_3)$ に対して
   $$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \leq \frac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1} \leq \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2}$$
2. $I(\subset \mathbb{R})$ が開区間のとき，$f : I \to \mathbb{R}$ が凸である必要十分条件は，
   任意の $x_0 \in I$ に対して 定数 $\gamma \in \mathbb{R}$ が存在して $f(x) \geq f(x_0) + \gamma(x - x_0)$ が任意の $x \in I$ に対して成立することである．これを示せ．
   （必要性のヒント）
   問題 1.(c) により $\gamma_- := \sup\left\{\frac{f(y)-f(x_0)}{y-x_0} \,\middle|\, y < x_0\right\}$，$\gamma_+ := \inf\left\{\frac{f(z)-f(x_0)}{z-x_0} \,\middle|\, x_0 < z\right\}$ とすれば

γ_-, γ_+ は有限確定で $\gamma_- \le \gamma_+$ である．$\gamma_- \le \gamma \le \gamma_+$ となる γ を選べばこの γ が求めるものである．

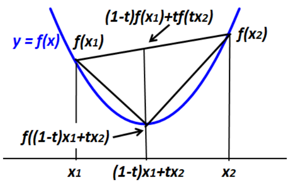
解答

1. (a) $\Rightarrow$ (b)
任意に $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in G_f$ をとる．G_f の定義より $f(x_1) \le y_1$ かつ $f(x_2) \le y_2$．任意の $t(0 < t < 1)$ に対して $(1-t)(x_1, y_1) + t(x_2, y_2) = ((1-t)x_1 + tx_2, (1-t)y_1 + ty_2)$ を考えればこの点が G_f に属せばよい．仮定より $f((1-t)x_1 + tx_1) \le (1-t)f(x_1) + tf(x_2) \le (1-t)y_1 + ty_2$．定義より $((1-t)x_1 + tx_2, (1-t)y_1 + ty_2) \in G_f$.
(b) $\Rightarrow$ (c)
$x_1, x_2, x_3 \in I(x_1 < x_2 < x_3)$ に対して $t := \dfrac{x_2 - x_1}{x_3 - x_1}$ とおくと $0 < t < 1$ であり，$x_2 = (1-t)x_1 + tx_3$ である．$(x_1, f(x_1)), (x_3, f(x_3)) \in G_f$ であり，G_f は凸なので $(1-t)(x_1, f(x_1)) + t(x_3, f(x_3)) = ((1-t)x_1 + tx_3, (1-t)f(x_1) + tf(x_3)) = (x_2, (1-t)f(x_1) + tf(x_3)) \in G_f$．したがって，$f(x_2) - f(x_1) \le t(f(x_3) - f(x_1)) = \dfrac{x_2 - x_1}{x_3 - x_1}(f(x_3) - f(x_1))$．よって $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \le \dfrac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1}$.
$\dfrac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1} \le \dfrac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2}$ も同様にできる．
(c) $\Rightarrow$ (a)
任意の $x_1, x_2 \in I$ と任意の $t(0 \le t \le 1)$ について $f((1-t)x_1 + tx_2) \le (1-t)f(x_1) + tf(x_2)$ を示す．$t = 0, 1$ のときは自明．$x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2$ と仮定する．$x_1 < (1-t)x_1 + tx_2 < x_2$ に対して (c) の左側の不等式を用いる．$\dfrac{f((1-t)x_1 + tx_2) - f(x_1)}{(1-t)x_1 + tx_2 - x_1} \le \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \Rightarrow \dfrac{f((1-t)x_1 + tx_2) - f(x_1)}{t(x_2 - x_1)} \le \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \Rightarrow f((1-t)x_1 + tx_2) - f(x_1) \le t(f(x_2) - f(x_1))$．以上のことから $f((1-t)x_1 + tx_2) \le (1-t)f(x_1) + tf(x_2)$．また $x_1 = x_2$ のときも成り立つ．よって (a) が示された．
2. (必要性)
凸の同値性 (c) を用いる．
任意の $x_0 \in I$ をとり固定する．I は開区間なので $y < x_0 < z$ となる $y, z \in I$ が存在する．この y, z に対して，$\dfrac{f(x_0) - f(y)}{x_0 - y} = \dfrac{f(y) - f(x_0)}{y - x_0} \le \dfrac{f(z) - f(x_0)}{z - x_0}$.
これより $\gamma_- := \sup\left\{\dfrac{f(y) - f(x_0)}{y - x_0} \mid y < x_0\right\}$，$\gamma_+ := \inf\left\{\dfrac{f(z) - f(x_0)}{z - x_0} \mid x_0 < z\right\}$ とすれば，γ_-, γ_+ はともに有限確定で以下を満たす．
   - $\gamma_- \le \gamma_+$
   - $x < x_0$ となる全ての $x \in I$ に対して $\dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \le \dfrac{f(x_0) - f(x)}{x_0 - x} \le \gamma_-$
   - $x_0 < x$ となる全ての $x \in I$ に対して $\gamma_+ \le \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

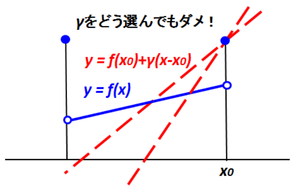
   $\gamma_- \le \gamma \le \gamma_+$ となる γ を選べば，$x < x_0$ なら $f(x_0) - f(x) \ge \gamma_-(x_0 - x) \ge \gamma(x_0 - x)$，$x_0 < x$ なら $\gamma_+(x - x_0) \le f(x) - f(x_0)$．よって $\gamma(x - x_0) \le f(x) - f(x_0)$.
したがって $x \in I \setminus \{x_0\}$ ならば $f(x_0) + \gamma(x - x_0) \le f(x)$．$x = x_0$ のときは自明．これで必要性が示された．
（十分性）
任意の $x_1, x_2 \in I$ と任意の $t(0 < t < 1)$ をとって固定する．仮定より $x_0 := (1-t)x_1 + tx_2$ に対して以下の条件を満たす $\gamma \in \mathbb{R}$ が存在する：「任意の $x \in I$ に対して $f(x) \ge f(x_0) + \gamma(x - x_0)$」．特に $x = x_1, x = x_2$ に対して $f(x_1) \ge f(x_0) + t\gamma(x_1 - x_2), f(x_2) \ge f(x_0) - (1-t)\gamma(x_1 - x_2)$ が成立する．それぞれの式の両辺に $1-t, t$ を乗じて辺々加えれば $f((1-t)x_1 + tx_2) = f(x_0) \le (1-t)f(x_1) + tf(x_2)$ を得る．$t = 0, 1$ のときは自明．よって十分性が示された．

解説

先ずは問題の状況を表すイメージ図を書いてみてください．どのように問いに手をつけるべきかという見当がつくと思います．ただし定義に含まれる凸関数は私たちが直感でつかむものよりはるかにデリケートなものを含みます．論証が必要なゆえんです．



問題 1　凸図形の定義



問題 2　開区間でないときの反例

今回の問題

$\mathbb{C}$ を複素数体とする．

1. $T:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ が実線型変換 とは
任意の実数 α,β と任意の複素数 z,w に対して，$T(\alpha z+\beta w)=\alpha T(z)+\beta T(w)$ が成り立つことである．また複素数 z に対して $\bar{z}$ は z の共役を表す．このとき以下を示せ．
$T:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ が実線型変換
$\Longleftrightarrow$ 複素数 a,b が存在して任意の複素数 z に対して $T(z)=az+b\bar{z}$.
このとき複素数 a,b は唯一通りに定まる．
2. Ω を $\mathbb{C}$ の空でない開集合とし，関数 $f:\Omega\to\mathbb{C}$ を考える．$z_0\in\Omega$ とする．
f が z_0 で実微分可能であるとは，実線型変換 $L_f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ と関数 $\Delta:\Omega\setminus\{z_0\}\to\mathbb{C}$ が存在し，以下の条件を満たすことである．

$$\begin{cases} f(z)=f(z_0)+L_f(z-z_0)+|z-z_0|\Delta(z) & (z\in\Omega\setminus\{z_0\}) \\ \lim_{z\to z_0}\Delta(z)=0 \end{cases}$$

このとき次を示せ．
f が z_0 で実微分可能
$\Longleftrightarrow$ 以下の条件を満たす関数 $g,h:\Omega\to\mathbb{C}$ が存在する．

$$\begin{cases} f(z)=f(z_0)+g(z)(z-z_0)+h(z)\overline{(z-z_0)} & (z\in\Omega) \\ g \text{ と } h \text{ はそれぞれ } z_0 \text{ で連続} \end{cases}$$

問題について一言

2015 年 7 月の IB（複素解析）で扱われた問題です．解答をお待ちしております．

宛先と締切

宛先　kuwanodojo@googlegroups.com
締切　2015 年 11 月 30 日 (月)
(郵送される場合は数学工房オフィスまでお願いいたします)

数学工房　　2015 年 9 月 15 日発行
発行人　　桑野耕一
編集人　　増田卓、坂口尚文、半田伊久太
連絡先
オフィス電話：042-495-6632
数学工房連絡用携帯：080-6576-2691
連絡は極力 e-メールでお願いします。
e-mail：sugakukobo@w5.dion.ne.jp
e-mail：monteverdi2007@ezweb.ne.jp
公式ホームページ
http://www.sugakukobo.com/
数学工房教室
〒170-0003
東京都豊島区駒込 1-40-4
全国蕎麦製粉会館 2F　202・203

数学工房オフィス
〒204-0023
東京都清瀬市竹丘 1-17-26-401