

Math.

No. 122

www.sugakukobo.com



会報 2017 年 1 月

数学工房



2017 年 春 卷 頭 言

自分自身の数学の世界を切り開くのに最も良いのは、多分、優れた数学者の書いた論文、あるいは著作から徹底的に学ぶことです。その過程で、方法、術技の習得と並行して目が養われるわけです。ただし、このやり方は理想的だが、選ばれた一部のしか行けない世界です。そこで、もう少し並みの才能の人でも、高度な数学に進む準備ができないだろうか、門戸を広げられないだろうか、という問いから数学工房が生まれました。数学出身者なら、数学工房の初級の基礎教程程度の事は大学でやったと言う人が多いでしょう。ところが、ちょっと高度な数学をご自分で身につけようとする、ほとんどの方が挫折します。ということではできていないのです。たとえ大学、大学院で講義を受けたとしても、表面的な知識にとどまって、理論を通して身につけるべき基本的技術、方法を自分のものにしていないのです。

一方で、それはわかりましたということで、数学工房の基礎科目を型として真面目に一步一步理論の階梯を登って、漸く初級までの型を身につけたのに先にそれより上のレベルの講座に進んだらやっぱり躓きっぱなしという方がいらっしゃいます。最低限の事がなんとかできたからと言って、この先の実践編で抽象的な議論がすぐ使えるようになるわけではありません。実際の世界で生きた対象に、集合論的な概念形成や代数や位相を用いる感覚を養う必要があるからです。この部分が伴って初めて理解したということになります。一部の入門や中級講座はさらにそこから先の問題です。これができないと唯の形式数学の御勉強になってしまいます。

数学工房の教程でいえば、複素関数論、Fourier 解析、多様体の基礎などの講座は初級までの型を実践的に使用可能にする訓練が目的です。この段階までこなせば一応アマチュアとして独力で数学に取り組むベースとしては十分でしょう。趣味の方はここまでを当面の目標にされるとよいと思います。その上の段階に進む方は、さらに数学の捉え方についての意識の変革を要するわけで本格的な現代数学へ向かうことになります。

長い道のりですが、アマチュアの場合は定められた年限も到達点もありません。

ところで、この世の中、いつの間にか、世界中根拠薄弱なことや、嘘、憎悪の扇動を何の痛痒も感じずに広めるような人種がのさばるようになりました。そのようなものの対極にあるのが数学です。本当に学ぼうとすると、楽ではありませんが、数学を友とし一生付き合えるということは、一個の人間として実に幸福な事だと思います。今年も、皆様とともに数学の深い学びにお役に立つような場を作っていきたいと思っています。今年もよろしくお祈りします。

2017 年 1 月 数学工房 桑野耕一



春 学 期 講 座 案 内

2017 年 1 月 ~ 4 月

2017 年春学期講座は、入門 2 講座、初級入門 4 講座、初級 2 講座、中級 2 講座を開講します。

<< 春学期講座一覧 >>

略号	講座名	講座開始日	レベル
I.A	解析教程	1 月 29 日	入門
I.F	数学の基本語彙と文法 III	1 月 21 日	入門
I.B	複素関数論特論	2 月 11 日	初級入門
I.C	代数と幾何よりのトピックス	3 月 20 日	初級入門

略号	講座名	講座開始日	レベル
I.E	Fourier 変換 I	1 月 22 日	初級入門
I.G	特性関数	3 月 11 日	初級入門
E.A	一般位相からのトピックス	3 月 19 日	初級
G	複素計量空間	1 月 22 日	初級
M.B	C^* -代数と作用素環	3 月 12 日	中級
M.C	Fourier 解析と超関数	1 月 29 日	中級

IA、IB、IE は変則日程となっております。ご注意ください。

◆ I.A 解析教程

Newton, Leibniz から始まった古典解析学の黄金時代は約 100 年後の Euler の死をもって幕を閉じました。解ける問題は既に解きつくされたのではないと言われる長期の停滞の時代に入ったのです。新世代の Cauchy は、それまで扱い兼ねて放置されていた基礎概念に目を向け、極限を基礎にして微積分の再構築を開始しました。さらに Weierstrass 学派の鋭い批判による改良を経てほぼ半世紀で現在の私達におなじみのいわゆる解析教程の形が出来上がるのです。

1/29 より 6 回変則日程 (1/29, 2/12, 2/26, 3/19, 4/2, 4/16)

◆ I.F 数学の基本語彙と文法 III

前回 II では Zorn の Lemma と選択公理、集合の濃度、フィルタ等を取り扱いました。現代数学の基礎素養として今回は現代数学の対象の最も原理的かつ強力な構成手段である同値関係と同値関係より生じるコセットをテーマにします。この部分は数学の学習にとっての鬼門として定評のある部分です。この辺りで挫折をした経験のある方が少なからずいると思います。同値関係による不変性や準同型、準同型定理等かなり掘り下げた内容まで扱う予定です。応用として、群の剰余類の空間(軌道空間)と準同型定理、線型空間の商空間等を扱います。

- (1) 同値関係と集合の分割
- (2) 群構造に整合する同値関係
- (3) 群の作用と軌道空間
- (4) 商空間

1/21 より隔週 3 回

◆ I.B 複素関数論特論 楕円関数と Theta 関数 その 1

もともとは会員の要望に基づき Jacobi の 3 重積公式等を「無限積の妙技」と題して集中で取り上げる予定でしたが、いくらテクニカルに面白くてもその背後に隠された世界がせめて垣間見られるようにしなければ面白くないので、楕円関数と theta 関数について理解することから始めることにしました。楕円関数は円関数の一般化ですから、当然、代数的、幾何学的、数論的の面白い結果が期待されます。それゆえ集中的に研究され様々に枝分かれして新しい結果を生んできました。そして楕円関数論の困難の解決のための基礎付けから Weierstrass や Riemann の複素関数論が生まれ、Riemann 面や解析形体が現れたのです。

- (1) 有理型関数の周期加群
- (2) 周期加群の基本領域
- (3) 楕円関数と楕円関数体
- (4) 楕円関数の一般論
- (5) p 関数と加法定理 p 関数による楕円関数の表示
- (6) 楕円関数体の代数的性質

2/11 より 3 回変則日程 (2/11, 2/25, 3/18)

◆ I.C 代数と幾何よりのトピックス

私が数学科の 1 年生の時必修の基礎教育科目「幾

何学」が、当時斬新だった線型代数と射影変換群を基礎にした射影幾何です。ちょっと前までは射影幾何という学部生には古典的な立場からの講義のみだったと思います。この時の指定教科書で線型代数を学んだ御蔭で線型代数を幾何学的に観ることができるようになった気がします、と同時に私はこの教科書の行列算を基礎にする証明に違和感を覚えて、抽象線形代数の使い方も学ぶことができました。線型空間を幾何学的にみることは解析学、さらに関数解析学の基本です。基本の型である線型代数の応用演習としてお勧めします。

- (0) 準備
- (1) 射影空間の定義と同時座標
- (2) 双対原理
- (3) 射影変換

3/20 より隔週全 3 回

◆ I.E Fourier 変換 I

Fourier 解析は 19 世紀以降の解析学の要で Fourier の主張の正当化が現代数学の発展の母体になりました。集合論、測度・積分論、関数空間の理論等はみなこの流れの中から派生しました。また Fourier 解析が既にそうであったように一般化である表現論は解析のみでなく代数、幾何、数論などに新しい展開を与えました。MB 講座で取り上げた Gelfand の表現定理もまた Fourier 変換の一般化です。

- <0> Fourier 変換の概念
- <1> 急減少関数の空間
 - (1) 急減少関数のクラスの定義
 - (2) 急減少関数の空間の構造
 - (3) 急減少関数の空間上の Fourier 変換
 - (4) 接合積
- <2> Fourier 変換の固有関数と Hermite 多項式
- <3> Fourier 変換の L^2 理論
 - (1) 熱核の近似定理
 - (2) $L^2(\mathbb{R})$ の Fourier 変換
 - (3) L^2 微分

1/22 より 6 回変則日程 (1/22, 2/5, 2/19, 3/12, 3/26, 4/9)

◆ I.G 特性関数

IE, MC 講座にたいしてこちらは Fourier 変換特論というべきものです。特性関数は確率測度の Fourier 変換です。分布と分布の特性関数が全単射に移され分布の相互の関係の研究が特性関数の相互関係の研究に帰着するわけです。

- <0> 序論
- <1> 複素数値確率変数
- <2> 複素数値確率変数の独立性
- <3> 特性関数の性質

3/11 より隔週全 3 回

◆ E.A 一般位相からのトピックス

関数空間の議論で Urysohn の定理や Tietze の定理はもっとも基本的で重要な結果です。また単位の分解は言うまでもありません。普段は引用だけすることの多いこれらの結果を証明も含めて丁寧に論じます。

- (0) 正規空間と連続関数
 - (1) 正規空間、Urysohn の定理、Tietze の拡張
 - (2) 局所有限被覆に関する単位の分解
 - (3) パラコンパクト空間
- 3/19 より隔週全 3 回

◆ G 複素計量空間

抽象線型代数からのトピックス第 3 段です。正定値とは必ずしもならない一般計量の線型空間を取り上げます。このような空間は Einstein の特殊相対理論のモデルとして Minkowsky により導入されました。一体この世界の幾何はどんなふうになっているのでしょうか？線型代数の立場からは非退化な双線型あるいは共役線型形式の理論にほかなりません。

- < 1 > 計量線型空間
 - < 2 > 計量線型空間の幾何学
 - < 3 > 正規直交基底
 - < 4 > 有限次元線型空間の計量
- 1/22 より隔週 3 回

◆ M.B C^* -代数と作用素環 正值汎関数とイデア

秋学期と集中で Gelfand の定理、自己共役元の順序までまとめました。目標の Gelfand-Naimark の定理へのその 1 です。

- (1) 近似単位元

- (2) * 準同型
 - (3) 遺伝的 C^* 部分代数
 - (4) Positive functionals
- 3/12 より隔週 3 回

◆ M.C Fourier 解析と超関数 (垣田高夫 シュワルツ超関数を読む)

今回は急減少関数と Fourier 変換その 1 です。1p - 30p を読みこなすことを目標にします。ちなみに IE は 1 変数限定ですが、今学期については MC の内容とほぼ平行です。補いとして IE を同時に学ばれるのは、見通しと理解に役立つでしょう。

- (0) 多重添え字の記法といくつかの基礎公式
 - (1) Frechet 空間
 - (2) 急減少関数の Frechet 空間
 - (3) 急減少関数の Fourier 変換
- 1/29 より隔週 3 回

[料金]

通常講座

一括払い ¥32,000 (学割 ¥25,000)

各回払い 3 回のセミナー 1、2 回目 ¥12,000 (学割 ¥9,000)

3 回目 ¥10,000 (学割 ¥9,000)

6 回のセミナー 1 回目 ¥6,500 (学割 ¥6,000)

2 回目以降 ¥5,500 (学割 ¥4,000)



会員からのメッセージ

今回は下関市在住の会員である熊野充博さんに寄稿していただきました。

■自己紹介から

私はかつて広島県で高校数学教師をしておりました。高校生を教える傍ら、落ちこぼれた大学数学への郷愁から、『数学セミナー』で数学工房の前身(旧名、数学落ちこぼれセミナー)を知り、1994 年頃入会しました。途中退会するも再入会し、地方(下関市)在住会員として、現在に至っています。年齢も桑野先生と同年代、1948 年生まれです。桑野先生から、抽象線型代数が現代数学の基礎であるといわれ、「目から鱗が落ち」た昔日の日を思い出します。

■今回の会員向け問題

この投稿のきっかけとなった会報(No.121)の問題の類い(整数論の分野)は、一見、易しいようですが、Diophantine Equations といって数学者の研究テーマになっているほどです。この問題も、テクニクを知らないと思えない問題だと思います。それは以前、幸運にもアメリカ数学者の論文を 1 ページ見ただけで気づいていました。しかし、実際には簡単ではなく、何日も試行錯誤を繰り返しながら、やっと解決に至りました。その上、半田伊久太さん(桑野道場師範代)の大変な努力により、飯高茂先生(学習院大学名誉教授)のお墨付きまでいただきました。

■数学工房と私の到達点

自分の結果を客観的に評価してもらうには、雑誌への投稿という方法があります。私は、『数学セミナー』NOTE 欄には過去、十数回、投稿を載せていただきました。また、イギリス数学雑誌に英文で投稿し、これまで 9 回投稿して 4 回採用。すでに世界に向けて発行済みです。この「成果」は工房で鍛えられたおかげです。工房の講義を聞き、桑野先生から鋭い指摘や金言(後述)を授かっていなかったら、どうていなし得なかったと思います。

因みに、東大~ハーバード大学を経て現在、ケンブリッジ大学教員の吉田輝義さんは、かつて、高校生の間、工房の講義を聴いていたことは知る人ぞ知る話です。

■数学を作る喜びと「粘れる人」

「数学を作る喜び」とは、私にとって「問題を解く喜び」です。問題解決をめざして、暗闇の中を模索しているうち、ある日、突然に視界が開けることがあります。

分野は異にしますが、国民的俳優・渥美清さん(故人)は、「男はつらいよ」の山田洋次監督をさして、「粘れる人」と評しています。山田監督は、ご自分の脚本から俳優の演技に至るまで、納得いくまで修正・リメイクを繰り返します。こうしてこそ、何度見ても飽きさせない作品が作り出せるのは、むべなるかなです。この「粘れる人」こそ、唯一、他人に誇れる私の性分です。

私は、エジプト分数に関する「小柴予想の解決」(『数セミ』NOTE 欄/2011年3月号)に19年を要しました。家族からは「よくもそんなに長く考えられるものだ」と感心されましたが。

■桑野先生の金言と工房の仲間

桑野先生の金言に、「洞察の深さと美しさ、よい型の典型(例、Jensenの不等式)を追求する」という言葉があります。この言葉は、「究極の不等式」なる私の浅薄な主張を戒めるさいに述べられたのですが、自室の壁に掲示して、数学活動の指針にしています。

また、桑野先生は「別解がいくつもあるときは、その問題の奥に何か深い数学的実体がある」と意味深長なことを言われたことがあります。

古参会員の半田さんには、線型代数の講義録をTeXで清書した際、ミスのチェックをしていただき

ました。会員同士のつながりも工房ならではの、と感じ入っています。

このように、私が工房で得た財産はとて大きなものがあります。今後も、地方在住ながら、会員であり続けるつもりです。



写真1: 熊野 充博さん


入門桑野道場 (第33回)


/// 記 桑野道場師範代 半田伊久太 ///

前回の問題

1. m を1でない正整数とするとき $5^m + 11$ は2のべきで表すことはできない。すなわち、 m, n を正整数とする方程式 $2^n = 5^m + 11$ は $(m, n) = (1, 4)$ 以外の解を持たない。
2. m を2でない正整数とするとき $5^m + 7$ は2のべきで表すことはできない。すなわち、 m, n を正整数とする方程式 $2^n = 5^m + 7$ は $(m, n) = (2, 5)$ 以外の解を持たない。

それぞれ正しいことを証明するか、間違いであることを(反例を出す等)を証明してください。

解答

下関市在住の熊野充博さんから解答が来ていますので紹介します。

1. 背理法による。

$$5^m + 11 = 2^n \tag{1}$$

が $(m, n) \neq (1, 4)$ なる正の整数解を持つと仮定する。 $m > 1, n > 4$ としてよい。(1) から $5 + 11 = 2^4$ を辺々引いて、 $5(5^{m-1} - 1) = 2^4(2^{n-4} - 1)$ を得る。そこで $m' = m - 1, n' = n - 4$ ($m' \geq 1, n' \geq 1$) とおいて、

$$5(5^{m'} - 1) = 2^4(2^{n'} - 1) \tag{2}$$

を考察する。まず

$$5 \mid (2^{n'} - 1) \text{ より } n' \equiv 0 \pmod{4}, \tag{3}$$

$$5^2 \nmid (2^{n'} - 1) \text{ より } n' \not\equiv 0 \pmod{20} \tag{4}$$

が分かる。(後述の表を参照、以下同様)

一方、(2) から $2^4 \mid (5^{m'} - 1)$ より $m' \equiv 0 \pmod{4}$ 。

そこで $m' = 4m''$ ($m'' \in \mathbb{N}$) とおくと、 $5^{m'} - 1 = 5^{4m''} - 1 = (5^4 - 1)(5^{4(m''-1)} + \dots + 5^4 + 1) = 2^4 \cdot 3 \cdot 13 (5^{4(m''-1)} + \dots + 5^4 + 1)$ 。よって $13 \mid (5^{m'} - 1)$ だから (2) より $13 \mid (2^{n'} - 1)$ 。従って、 $n' \equiv 0 \pmod{12}$ を得る(2は13の原始根)。そこで $n' = 12n'''$ ($n''' \in \mathbb{N}$) とおくと、 $2^{n'} - 1 = 2^{12n'''} - 1 = (2^{12} - 1)(2^{12(n'''-1)} + \dots + 2^{12} + 1) = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 (2^{12(n'''-1)} + \dots + 2^{12} + 1)$ 。よって $7 \mid (2^{n'} - 1)$ より (2) から $7 \mid (5^{m'} - 1)$ 。したがって $m' \equiv 0 \pmod{6}$ 。ここで改めて $m' = 6m''$ ($m'' \in \mathbb{N}$) とおくと、 $5^{m'} - 1 = 5^{6m''} - 1 = (5^6 - 1)(5^{6(m''-1)} + \dots + 5^6 + 1) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 31 (5^{6(m''-1)} + \dots + 5^6 + 1)$ 。よって $31 \mid (5^{m'} - 1)$ だから (2) より $31 \mid (2^{n'} - 1)$ 。すると $n' \equiv 0 \pmod{5}$ が分かる。今のことと(3)

から $n' \equiv 0 \pmod{20}$ となるが、これは (4) に矛盾する。
すなわち (1) は $(m, n) = (1, 4)$ 以外に正の整数解を持たない。

2. 背理法による。

$$5^m + 7 = 2^n \tag{5}$$

が $(m, n) \neq (2, 5)$ なる正の整数解を持つと仮定する。 $m > 2, n > 5$ としてよい。(5) から $5^2 + 7 = 2^5$ を辺々引いて、

$$5^2(5^{m-2} - 1) = 2^5(2^{n-5} - 1)$$

を得る。そこで、 $m' = m - 2, n' = n - 5$ ($m' \geq 1, n' \geq 1$) とおいて

$$5^2(5^{m'} - 1) = 2^5(2^{n'} - 1) \tag{6}$$

を考察する。まず

$$5^2 \mid (2^{n'} - 1) \quad \text{より} \quad n' \equiv 0 \pmod{20}, \tag{7}$$

$$5^3 \nmid (2^{n'} - 1) \quad \text{より} \quad n' \not\equiv 0 \pmod{100} \tag{8}$$

が分かる。(7) より $n' = 20n''$ ($n'' \in \mathbb{N}$) とおくと $2^{n'} - 1 = 2^{20n''} - 1 = (2^{20} - 1)(2^{20(n''-1)} + \dots + 2^{20} + 1) = 5^2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 31 \cdot 41 (2^{12(n''-1)} + \dots + 2^{12} + 1)$ 。よって $31 \mid (2^{n'} - 1)$ だから (6) より $31 \mid (5^{m'} - 1)$ かつ $2^5 \mid (5^{m'} - 1)$ 。従って、 $31 \mid (5^{m'} - 1)$ より $m' \equiv 0 \pmod{3}$, $2^5 \mid (5^{m'} - 1)$ より $m' \equiv 0 \pmod{8}$ を得る。よって $\text{LCM}(3, 8) = 24$ だから $m' \equiv 0 \pmod{24}$ である。そこで $m' = 24m''$ ($m'' \in \mathbb{N}$) とおくと、 $5^{m'} - 1 = 5^{24m''} - 1 = (5^{24} - 1)(5^{24(m''-1)} + \dots + 5^{24} + 1)$ 。ここで $5^{24} - 1 = (5^{12} - 1)(5^{12} + 1) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 31 \cdot 601 (5^{12} + 1)$ である。よって $601 \mid (5^{m'} - 1)$ だから、(6) より $601 \mid (2^{n'} - 1)$ 。したがって $n' \equiv 0 \pmod{25}$ 。よって (7) と合わせて、

$$n' \equiv 0 \pmod{100}$$

となるが、これは (8) に矛盾する。すなわち、(5) は $(m, n) = (2, 5)$ 以外に正の整数解を持たない。
(証明終わり)

別表

(i) $2^x \equiv 1 \pmod{a}$ の正整数の最小解

$$2^x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x = 2 \quad 2^x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x = 4 \quad 2^x \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow x = 3$$

$$2^x \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow x = 12 \quad 2^x \equiv 1 \pmod{25} \Rightarrow x = 20 \quad 2^x \equiv 1 \pmod{31} \Rightarrow x = 5$$

$$2^x \equiv 1 \pmod{125} \Rightarrow x = 100 \quad 2^x \equiv 1 \pmod{601} \Rightarrow x = 25$$

(ii) $5^x \equiv 1 \pmod{a}$ の正整数の最小解

$$5^x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x = 2 \quad 5^x \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow x = 6 \quad 5^x \equiv 1 \pmod{9} \Rightarrow x = 6$$

$$5^x \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow x = 5 \quad 5^x \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow x = 4 \quad 5^x \equiv 1 \pmod{16} \Rightarrow x = 4$$

$$5^x \equiv 1 \pmod{31} \Rightarrow x = 3 \quad 5^x \equiv 1 \pmod{32} \Rightarrow x = 8 \quad 5^x \equiv 1 \pmod{41} \Rightarrow x = 20$$

$$5^x \equiv 1 \pmod{64} \Rightarrow x = 16 \quad 5^x \equiv 1 \pmod{601} \Rightarrow x = 12$$

(iii) 素因数分解

$$2^{12} - 1 = 3^2 \times 5 \times 7 \times 13$$

$$2^{20} - 1 = 3 \times 5^2 \times 11 \times 31 \times 41$$

$$5^4 - 1 = 2^4 \times 3 \times 13$$

$$5^6 - 1 = 2^3 \times 3^2 \times 7 \times 31$$

$$5^{12} - 1 = 2^4 \times 3^2 \times 7 \times 13 \times 31 \times 601$$

解答について一言

会報の問題に行き当たって2か月ほど考えてもなんの成果も上がらず、桑野先生に相談したところ会報の問題として出題してみても？と言われ、初めて解答を持っていない問題を出題しました。

そこからわずか1週間か2週間足らずで解答が来たので、てっきり反例が見つかったのかと思いました。ところが内容を見てみると肯定的に解決されているとのこと、しかもどう見ても正しいので驚愕しました。

熊野さんの解答の中にある式(2), (6)の導出が素晴らしく、ここから多くの情報が出てきて解決に至ります。この式変形は一瞬たりとも思いつかず、ただただ感服するばかりです。

前回書いてはませんが、もともとこの問題は学習院大学名誉教授の飯高茂先生の本の中にある問題(少なくとも飯高先生は解答を持っていない)の特別な場合です。私は機会を得て飯高先生の講座で熊野さんの解答を発表させていただきました。飯高先生も「見事な証明だ」と喜んでいただきました。

今回の問題

1. z と z_0 を複素数平面 \mathbb{C} 上の2点とし、 $z \neq 0$ かつ $|z_0| = 1$ を満たすとする。
このとき次のことを示せ。

(a) $|z| > 1$ ならば $\left| \frac{z}{|z|} - z_0 \right| < |z - z_0|$.

(b) $|z| < 1$ ならば $\left| \frac{z}{|z|} - z_0 \right| > |z - z_0|$.

2. $f_n, g_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を連続関数 (n は正整数) とし、関数列 $\{f_n\}, \{g_n\}$ は次の条件を満たすとする。

(a) $f_n(x) \geq 0, g_n(x) \geq 0 (x \in \mathbb{R}) n \in \mathbb{N}$.

(b) $\int_{\mathbb{R}} f_n(x) dx = \int_{\mathbb{R}} g_n(x) dx = 1 (n \in \mathbb{N})$.

(c) 任意の $\delta > 0$ に対して $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{|x| > \delta} f_n(x) dx = 0$ かつ $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{|x| > \delta} g_n(x) dx = 0$.

このとき $h_n(x, y) := f_n(x)g_n(y) ((x, y) \in \mathbb{R}^2)$ として $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ を定義するとき、
任意の $\delta > 0$ に対して

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\sqrt{x^2+y^2} > \delta} h_n(x, y) dx dy = 0$$

が成り立つことを示せ。

問題について一言

1. は「MA. 局所コンパクト空間上の Radon 測度と Riesz の定理」の講座で現れた不等式です。図に描いてみると当たり前のように思われますが、証明しようとするとき意外と手こずるかもしれません。

2. は「集中セミナー. 関数解析概論 合成積近似法」で現れた問題です。
皆様の解答をお待ちしています。

宛先と締切

宛先 kuwanodojo@googlegroups.com

締切 2017年3月31日(金)

(郵送される場合は数学工房オフィスまでお願いいたします)

数学工房 2017年1月21日発行
発行人 桑野耕一
編集人 増田卓、坂口尚文、半田伊久太
連絡先

オフィス電話: 042-495-6632

数学工房連絡用携帯: 080-6576-2691

連絡は極力 eメールでお願いします。

e-mail: sugakukobo@w5.dion.ne.jp

e-mail: monteverdi2007@ezweb.ne.jp

公式ホームページ

http://www.sugakukobo.com/

数学工房教室

〒170-0003

東京都豊島区駒込 1-40-4

全国蕎麦製粉会館 2F 202・203

数学工房オフィス

〒204-0023

東京都清瀬市竹丘 1-17-26-401

