

Math.

NO.91
www.sugakukobo.com

会報2007年9月



数学工房



20世紀数学との出会い私記(3)



アルケル わしにはこのことについて何も言うことができません。

このことはわし達の理解を超えたことに思える。

そのわけは、わし達には運命の片側、わし達の運命の片側しか見えぬからじゃ。

(Debussy ペレアスとメリザンド 第1幕 第2場 台本 Maeterlinck)



この稿を書こうとして、薄れかけている記憶を辿るうちに思い出したのが、C.ドビュッシーのオペラ「ペレアスとメリザンド」の中に登場する年老いほとんど視力を失った中世アルモンドの国王アルケルの言葉です。当事者であると言うのはどんな世界でもしんどいことで、渦中においては運命の片側でも見れば幸運な人であり、よく分からぬまま潮の流れに翻弄され続けるように見えます。

■■■ 私が学部から修士にかけて大学で数学を学んだのは1970年代です。19世紀の数学の遺産が抽象的な方法論により再構成されていました。1950年代までに、Banach空間や位相線型空間の一般論、多様体(実・複素多様体)の基礎理論などが巨大な伽藍として構築されており、解析学ではSchwarz超関数論がそれまでの集大成としてポピュラーになり始めていました。また現代版ユークリッド原論としてBourbaki数学原論などが流布するようになった時期で、大枠の研究がほぼピークに達し丁度数学の潮目とも言うべき時期だったように思います。1960年代には佐藤超関数論やAtiyah-Singerの理論のような、代数や幾何学のより新しい発展を背景にした大理論が現れています。また後に「富田・竹崎理論」と呼ばれ有名になる作用素環を停滞から救い飛躍させる理論が発表されたのもこの頃です。これは今だからこんなことを言えるのであり、当時の私は運命の片側どころか何にも見えておりませんでした。

■■■ この頃私はどんなことを勉強していたのでしょうか。余り覚えていないのですが、学部で出会った数学で印象に残ったものは、(1)初等整数論の講座で学んだ整数論的関数とDirichlet級数、(2)確率論・数理統計の数学的基礎、(3)複素解析(複素関数論)です。

(2)に関しては、とりわけ母関数とモーメントプログラムの印象が強く、また、確率論のコンテキストで微積分の基礎を読み直したときに、集合論的な記述法の強力さを始めて実感しました。これが切っ掛けで、測度論的な記述法の有用さと面白みが少し分かった気がして、積分論の基礎を勉強したことを記憶しています。証明を理解し、理論の組み立てを見通しが良くなることに何とかたどり着いたのですが、その成果たる膨大なノートを抱えて、確率論のH先生のところにいそいそ行って見てもらったら、「一生懸命勉強したね。ところで君、Riemann積分に対するLebesgue積分の本質的な違いは何かね?」と問われました。定義の説明から理屈を延々と説明しようとした私を制して、「手短かに!」。詰まってしまった私に、5分でエッセンシャルな部分を説明して下さいました。このとき、何が問題なのか、自分が分厚いノートを作った真の理由を理解できたのです。

(3)の複素解析(複素関数論)は、学部のときに感動した唯一の講義です。モダンな解析のスタンダードに基づいた関数論(当時はまだこのような教程は一般的ではありませんでした。)で、数直線の公理論的な導入より始まり、複素平面、複素平面上の初等的なトポロジー(局所定数関数で連結性の特徴付ける自然な考え方はこのとき初めて知りました。)を丁寧に扱い、クライマックスはCauchyの積分定理・積分公式です。それから積分公式の応用となります。この講義の特徴は基礎の明快さだけでなく、幾何学的解析学の思想と方法についての先生の思索の後があちらこちらに暗示として姿を見せていることでした。このとき初めて、それまで知識の上では知っているはずの、解析における位相的方法の意味が、理解できたような気がしました。よく耳を傾けていると、見かけよりもはるかに深い内容がちゃーんと暗示されています。何よりも講義全体が1つの楽曲をなしていました。後に先生に伺ったところ、先生はBeethovenの交響曲をイメージして講義の組み立てをされているとお聞きしました。先生は大変なオーディオマニアとのことでした。この講義だけはどんな繊細な音も聞き逃したくないと思いノートを取りませんでした。家に帰ってから、聞き取った内容を基に自分のノートを作り上げるのです。それから暗示された部分も調べたり考えたりして何とかなる部分は可能な限り自分のノートにコメントとして付け加えておきました。この講義の最終試験問題、確か中間試験はなく1回だけだったと思いますが、それは次のようなものでした。

(1)Liouvilleの定理の一般化を論ぜよ。

(2)例をあげて、関数論における積分の役割を論ぜよ。



もの凄く熱中して解答を書いたので良く覚えています。もし数学の教師になるならこのような講義をしたいものだと思いました。今でも数学工房の講義で、一步でも K 先生の講義の域に近づきたいと思ってやっています。K 先生は大学で始めて高木貞治先生に微積分を習ったときに、(旧制)高校で既に学んだ部分を習っているのに高木先生の手には掛かると全く違う！ととても感動されたそうです。このことも後日ご本人から伺いました。この講座の最後に先生が推薦された参考書は、

- a) L. Ahlfors, Complex Analysis, McGraw-Hill NewYork
- b) W. Rudin, Real and Complex Analysis, McGraw-Hill NewYork
- c) H. Cartan, Elementary Theory of analytic functions of one or several complex variables, Editions Scientifiques Hermann, Paris and Addison-Wesley, Reading
(岩波書店から高橋礼司訳が出ていましたが現在絶版だそうです。)

a) は現代的な術語で書かれたまさに 1 変数複素解析の入門書です。b) は実解析的・関数解析の方法と結びついたより新しい傾向の教科書です。c) は多変数関数論との結びつきも合って、代数的な、定式化が顕著です。

■ ■ ■ そのようなわけで、複素関数論に関係のある解析学の領分を勉強したいと思うようになったので、4 年次の数学講究? は等角写像を勉強しました。その中で 2 乗可積分な正則関数の空間の作る Hilbert 空間上の Bergmann 核関数の理論の等角写像に対する見事な応用などを見て、Banach 空間やその上の作用素のことなど何も知らぬままに、複素関数の世界の様子を位相代数的言葉で理解しようと思立ちました。O 先生に、複素解析と関数解析の境界領域を勉強したいなどという話をしたところ、それほど熱意があるのなら複素多変数関数論を勉強しなさいというアドバイスをくださいました。「ただし、食べるのは大変だから就職するチャンスがあったら何でもいいから就職しなさい。」ともおっしゃいました。私はその忠告を理解しないまま、またこの忠告を履行しなかったために、後にとんでもない蹉跌を味わう羽目になりました。

ところで、多変数関数論と言う領域は、代数や解析・幾何の 20 世紀になって発展したありとあらゆることをやらなくては行けないのです。当時手に入る日本語の標準的な教科書は、一松信、多変数解析関数論、(培風館)でした。大変ですが丁寧に書かれた良い教科書です。この頃新しい時代への移行を象徴する教科書として、L. Hörmander, 多変数複素解析学入門、笠原健吉訳、(東京図書)が丁度翻訳されました。前者がオーソドックスな多変数関数論の発展に沿って書かれたものなら、後者は、当時の最新の偏微分方程式論の発展を踏まえて書かれた斬新な教科書で、この本の方法は、しばらく一世を風靡しました。時代の風潮に従ってということでもないので、代数が用いられるのが少しと言うことで後者を選びました。それでもこの教科書は、積分論の初歩、超関数論、関数解析、微分形式の微積分を仮定していてもとてつもなく手ごたえがありました。でもこの本のおかげで、関数解析の近似の方法や評価の方法、 C^∞ 級切り張りの方法などの型稽古を沢山することができました。この第 3 章で可換 Banach 環という、ある性質を持つ複素関数の作る代数を抽象化した対象に出会い、こちらの方へだんだん興味を持つようになりました。当時この方面の研究は、Banach 環の特別な場合の関数環を中心に日本でも活発に研究されていました。この辺のことはまたの機会として、もう 1 冊、当時多変数複素関数論を専攻する人の読んだ新しい標準的な教科書を紹介します。

R. Gunning, H. Rossi, Analytic Functions of Several Complex Variables,
Prentice Hall, Englewood Cliffs NJ

そろそろ与えられたページ数を越えそうですので今回はこの辺で。



2007 年 9 月 1 日 桑野耕一



秋 学 期 講 座 案 内

2007 年 9 月 ~ 12 月



現在開講が確定している講座は入門 5 講座、初級 2 講座、中級 2 講座、フリー 1 講座です。なお講座に参加していただくためには会員登録が必要です。ご確認してください。今後の講座情報およびスケジュールの変更等は随時ホームページに掲載されますので、そちらもご参照ください。

E. A	解析学位相序説 II	9 月 30 日	初級
M. A	ヘルマンダーを読む	9 月 15 日	中級
M. B	現代ベクトル解析 テンソル空間の計量構造	9 月 22 日	中級

<< 秋学期講座カレンダー >>

<< 秋学期講座一覧 >>			
略号	講座名	講座開始日	レベル
I. A	解析教程 III	9 月 30 日	入門
I. B	解析特論 Fourier 変換	9 月 22 日	入門
I. C	確率および数理統計の数学的基礎	9 月 28 日	フリー
I. D	初等線型代数と微積分 II (多変数解析学入門)	9 月 23 日	入門
I. E	数学の基本語彙と文法	9 月 20 日	入門
I. F	数学の基本語彙と文法	9 月 29 日	入門
G	抽象線型空間 II 線形写像と線形写像の空間	9 月 23 日	初級

月	日	曜日	略号	時 間
9	15	土	M. A	14:00-16:30
	20	木	I. E	19:00-21:00
	22	土	I. B M. B	14:00-16:00 17:00-19:00
	23	日	I. D G	11:00-13:00 14:30-17:30
	28	金	I. C	18:30-20:30
	29	土	I. F	14:00-16:00
	30	日	I. A E. A	11:00-13:00 14:30-17:30
	4	木	I. E	19:00-21:00
10	6	土	I. B M. B	14:00-16:00 17:00-19:00

月	日	曜日	略号	時間
10	7	日	I. D G	11:00-13:00 14:30-17:30
	8	月	M. A	13:00-18:00
	12	金	I. C	18:30-20:30
	13	土	I. F	14:00-16:00
	14	日	I. A E. A	11:00-13:00 14:30-17:30
	18	木	I. E	19:00-21:00
	20	土	I. B M. B	14:00-16:00 17:00-19:00
	21	日	I. D G	11:00-13:00 14:30-17:30
	26	金	I. C	18:30-20:30
	27	土	I. F	14:00-16:00
11	28	日	I. A E. A	11:00-13:00 14:30-17:30
	1	木	I. E	19:00-21:00
	3	土	I. B M. B	14:00-16:00 17:00-19:00
	4	日	I. D G	11:00-13:00 14:30-17:30
	9	金	I. C	18:30-20:30
	10	土	I. F M. A	14:00-16:00 16:30-19:00
	11	日	I. A E. A	11:00-13:00 14:30-17:30
	15	木	I. E	19:00-21:00
	17	土	I. B M. B	14:00-16:00 17:00-19:00
	18	日	I. D G	11:00-13:00 14:30-17:30
12	23	金	I. C	18:30-20:30
	24	土	I. F	14:00-16:00
	25	日	I. A E. A	11:00-13:00 14:30-17:30
	29	木	I. E	19:00-21:00
	1	土	I. B M. B	14:00-16:00 17:00-19:00
	2	日	I. D G	11:00-13:00 14:30-17:30
	7	金	I. C	18:30-20:30
	8	土	I. F M. A	14:00-16:00 16:30-19:00
	9	日	I. A E. A	11:00-13:00 14:30-17:30
	24	月	M. A	14:00-16:30

(1) I.A 解析教程Ⅲ

微積分の基本定理の発見と展開 レベル 入門

今期は微積分の基本定理の発見とそこから導かれるさまざまな結果がテーマです。Newton-Leibniz の発見によりそれまでは面積や体積計算の工夫の寄せ集めに過ぎなかった積分が微分の逆演算として代数化され解析の基礎として見通しの良い統一的な方法になったのです。以後 Newton 力学を導きの糸として Bernoulli 一族や Euler を初めとする人々により古典解析の大伽藍が建設されます。想像力を全開して発見や建設の現場に立ち会いましょう。

[内容]

- [1] 微分法再論
- [2] 定積分の概念
- [3] 微積分の基本定理
- [4] 微積分の基本定理から導かれる諸公式
- [5] トピックス

(線形微分方程式または Euler-Maclaurin 公式を扱います。)



(2) I.B 解析特論 Fourier 変換 レベル 入門

一変数の Fourier 変換のオーソドックスな概論です。Fourier 解析の有用さと基礎付けの困難さは、古典解析学の時代を終わらせ、解析学の新しい時代の夜明けをもたらしました。関数概念・積分の厳密な定義、集合論の創造、関数解析学、超関数の発見などは、Fourier 解析の基礎付けの副産物といっても過言ではありません。技術的には積分や級数の評価、実関数の増大度等の取り扱い、基本的な関数空間の扱いになれることを目標にします。1 変数の微積分と集合論的記法、抽象的言葉遣いへの多少の習熟を仮定します。

本来は、確率論特論として確率論の講座で扱う予定でしたが、時間的に無理なので、I.B で Fourier 変換、I.C で確率論に分離しました。

[内容]

- [0] Fourier 変換の概念
- [1] 急減少関数のクラス
- [2] Fourier 変換の固有関数
- [3] 2 乗可積分関数の空間の Fourier 変換
- [4] トピックス
- [5] Fourier-Stieltjes 変換と Bochner の定理



(3) I.C 確率および数理統計の数学的基礎

確率測度概論

レベル フリー

現代確率論・統計学の数学的基礎の概観を題材にした稽古です。実質上夏期の測度論的積分論の続編になっています。確率空間については、例を中心に扱う予定で、今回の中心は、[2] の拡張定理で、抽象積分論の中心的な部分です。一応、数学工場の確率統計入門の基礎知識は期待しています。次のタームでは標準モデルと分布がテーマになります。

[内容]

- [1] 確率空間概論
 - 1) 典型的な例
 - 2) 基礎法則
 - 3) Borel 集合族
 - 4) 可測写像
- [2] 拡張定理
 - 1) 確率測度の一致の定理
 - 2) Borel 確率測度・正則確率測度
 - 3) Caratheodory 外測度
 - 4) 初等確率測度の拡張
 - 5) トピックス (Lebesgue-Stieltjes 測度)
- [3] 直積確率測度



(4) I.D 初等線形代数から微積分へ レベル 入門

多変数解析学の幾何学的基礎としての線形代数入門です。多様体上の解析学の前段である Grassmann の考え方の手引きです。多変数の微積分と線形代数の直感的基礎を豊かにしましょう。

[内容]

- [1] 写像の微分法
 - 1) 写像の微分可能性と微分
 - 2) Jacobi 行列
 - 3) 写像の微分の基本的な性質
- [2] 線形変換と行列式
 - 1) 平行 2 n 面体の有向体積と交代線形形式
 - 2) 線形変換の行列式
 - 3) Sgn 再論
 - 4) n 次対称群の表現
- [3] 領域上の積分
 - 1) 領域上の積分
 - 2) 積分の基本的性質
 - 3) 逐次積分
- [4] 領域上の積分



- 1) Jacobi 行列式
- 2) 体積変換
- 3) 積分の変数変換
- 4) 例 Gram 行列と行列式

(5) I.E 数学書を読む

レベル 入門

平日の講座で木曜日夜 7:00 からの開講です。やり方は、テキストを指定して、読んできていただいて半講義式にしようと考えています。テキストは岩波の現代数学への入門その他からトピックスを選ぶ予定です。楽しみながら御自分で数学書が読めるように、躓いたり転んだりも含めて付き合い方を身に着けましょう。この講座で使うテキストは参加者と相談したいので早めに御登録ください。相談会は 9 月 17 日(祝)15:30 頃から数学工房ガイダンスの後を予定しています。

[内容]

相談会で内容検討予定

(6) I.F 数学の基本語彙と文法

レベル入門

主に数学工房の講座にはじめて参加される方、基礎から数学を学びなおしたい方のための講座です。どの分野に進まれるにせよ必須の素養です。

[内容]

- [1] Σ 記号の用法・数学的帰納法
- [2] 集合と写像
- [3] 代数系



(7) G 抽象線形空間入門 II (実在と表現)

レベル 初級

現代的な数学を身に着けたい方にとってはどの分野に進まれる場合でも必須の言語です。線形写像の一般論の本格的なコースです。抽象を方法として使いこなすヒントをつかみましょう。この分野の習熟なしに、たとえば代数幾何学や関数解析学のような体系的な数学を学ぶのは困難です。関連する科目として M.B ベクトル解析から多様体へは同じ内容を解析学・幾何学の準備の視点から学んでいきます。I.A は線形代数の視点で整理すると、線形代数の起源のひとつが古典解析学だということがお分かりになるでしょう。I.D は線形代数の初等幾何バージョンです。

[内容]

- [1] 線形写像
 - 1) イントロダクション
 - 2) 写像としての性質
 - 3) Image-Kernel Theorem と Rank
 - 4) 存在と一意性定理
- [2] 双対基底と座標写像・双対空間
 - 1) 双対基底と座標写像
 - 2) 双対空間
 - 3) 随伴写像
- [3] 行列表示と座標変換
 - 1) 標準表示との関係
 - 2) 座標変換の行列表示
 - 3) 基底の変更に伴う行列表示の変換
- [4] 線形変換
 - 1) 線形変換の代数
 - 2) 線形変換群
- [5] 射影と直和
 - 1) 射影と直和



(8) E.A 解析学・位相序論 II

レベル 初級

G と並び現代数学を学ぶ際の必須の素養です。今年から、解析学との繋がりにバランスがおかれ位相の部分の詳細は抽象位相で取り扱うようにしました。今回

はコンパクト性と連結性の基礎、さらに解析の補助手段になる実関数のクラスを取り扱います。応用演習として複素数値の有界変動関数のクラスに関する Riemann-Stieltjes 積分を取り上げます。

[内容]

- [1] コンパクト
 - 1) Heine-Borel の性質・有限交差性
 - 2) コンパクト性のいくつかの帰結
 - 3) コンパクト空間上の連続写像
- [2] 連結性
 - 1) 局所定数関数
 - 2) 連結性の定義
 - 3) 部分集合の連結性
 - 4) 弧状連結
 - 5) 連結集合の連続像と中間値の定理
- [3] 重要な実関数のクラス
 - 1) 半連続関数
 - 2) 単調関数と有界変動関数
- [4] 複素数値関数の Riemann-Stieltjes 積分



(9) M.A 複素解析 ヘルマンダー 多変数解析学

(笠原健吉訳 東京図書)を読む レベル 中級

今期は第 1 章を解説します。原著は、

「An Introduction to Complex Analysis in Several Variables」 Van Nostrand Reinhold Co です。

現在は翻訳は手に入れにくいので、数学科や理工学部図書館でコピーするか、その旨取り急ぎ御連絡いただければ和書のコピーを持っている方に、その部分を PDF 等で送っていただくようにします。原著はアマゾンで手に入ります。形式は講義と演習になります。今回はテキストを用いますので事情が許せば、該当する部分をあらかじめ読んでおいてください。日程が変則的なので開催日に御注意ください (5 日間で 6 回分になっています。1 コマ 2.5h)

[内容]

目標は、 C^∞ クラスの関数による切り張りの技法 (例えば、1 の分解) や、関数解析的な証明法 (Lebesgue の収束定理の実用的な用法、直交測度の用法 etc.)、偏微分方程式論的な取り扱いなどモダンな解析の方法に習熟することです。G、E.A 修了者を対象にします。

(10) M.B 現代ベクトル解析

テンソル空間の計量

レベル 中級

I.D、G のアドヴァンストコースです。今回の主題は、基礎線形空間の計量から導かれる自然な計量を、テンソル空間上に導き、その構造を調べます。さらに、この計量により Hodge 作用素と呼ばれる、共役作用素が定まることを示しその性質を調べます。この作用素は後に多様体上の積分論で重要な役割を果たします。

[内容]

- [0] 線形空間の計量のまとめ
- [1] テンソル空間の計量一般論
- [2] 対称・反対称テンソル空間の計量
 - 1) 対称テンソル空間の計量
 - 2) 交代テンソル空間の計量
 - 3) 例
- [3] Hodge $*$ - 作用素
- [4] 計量線形空間の幾何学的見方
 - 1) 余次元 1 の超空間
 - 2) 3 次元空間のベクトル積
- [5] 演習

[備考]

各講座とも 1 講座 ¥30000 (税込)、学生 ¥21000 (税

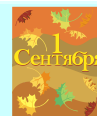


込)。途中参加の場合、参加回数×¥5000+¥2000(テキスト代・手数料)です。お支払方法については事前に

お申し出があれば対応しますので御相談下さい。なおテキスト配布の都合上お申込みは早めにお願ひします。



数 学 工 房 ガ イ ダ ン ス



数学工房ガイダンス

[場所] 数学工房駒込教室

[日時] 9月17日(月)13:30-15:30

[内容]

数学工房の考え方、講座の概要のガイダンスです。



講座の取り方等の個別の相談も承ります。筆記用具をご持参下さい。新入会の方もご自由にご参加下さい。参加費 無料



中 央 大 学 講 演 会 報 告 (そ の 1)

/// 講演者企画(藤田、江草、増田、穴見) ///



2007年6月8日(金)、中央大学理工学部数学科で数学工房会員による講演会が行われました。今号から3回連続で、講演会の報告を掲載します。お楽しみに。

■■■ 講演会開催趣旨：

一数学科での取組みについて



～諏訪紀幸(中央大学理工学部)

中央大学理工学部数学科では2001年度に「数学特別講義～情報と職業」を「情報」の教職科目として新たに開講しました。社会の第一線で活躍されている6人の方を講師に迎え、実際に携っておられる仕事に裏付けされた講義をしていただくという、従来なかった形式をとっています。数学工房の桑野耕一先生には科目開設の時から講師を務めていただき、今年度で7年目になります。

さて、当数学科に限らないと思いますが、大学生の学びの意識の低下は深刻なものがあります。大学院拡充にも関わらずあるいはそれに対応してか現れつつある学部教育の空洞化、中等教育における数学教程の崩壊、これでは社会を支える様々な技術が継承できるのか危惧せざる得ない状況です。学生も様々で、はなから勉強する気がない者、要領よく立ち回って就職さえ出来ればよいと考える者もいます。これは今の大学の在り方の一つの帰結ですが、一方では数学に真摯に取り組んでいる学生もいます。しかし、高校までの数学と大学での数学の隔たりが余りにも大きく、また、論証を軽視した高校までの数学教育の弊害をものに受けて、押し寄せる数学の波に殆どの学生が四苦八苦しています。 $a \in X$ と $\{a\} \subset X$ の区別が付かない、 $f^{-1}(A)$ の定義が書けない、これでは線型代数学も位相空間論もとても学ぶことは出来ません。

そこで桑野先生には、大学とは独立した場で線型空間や位相空間論などの抽象的な数学を社会人に講義している実績を踏まえて、数学の学びのヒントを学生に話していただくようお願いして来ましたが、昨年、数学工房の会員の方々とお話しする機会がありましたが、会員の多様さに数学工房の未来を予感したことを桑野先生に伝えました。それを受けてか桑野先生から、今年は数学工房会員にも講義でお話いただく、その経費は数学工房で負担するとのことのご提案があり、当方もその企画の実現を決断しました。

数学にまやかしのひけらかしは禁物です。大学を卒業してからも数学に誠実に取り組んでおられる会員の姿は学生の励みになったようです。今回お出でいただいた4人の方々には、また、枠組みに囚われない企

画を立てられた桑野先生にはこの場を借りてお礼申し上げます。

■■■ 数学工房会員講演内容1：

数学と社会の関わり

～藤田明浩

私は某自動車メーカーの四輪開発センターに勤務しています。この度諏訪先生、桑野先生のお取り計らいで、自動車製造業の研究開発現場での数学との関わりについて学生さんにお話しました。以下要点です。

1. 製造業ですから数学を軸とする仕事はありません。ただし設計・研究開発におけるCAE(コンピュータ支援技術)諸理論では面倒な数式がしばしば登場します。偏微分方程式や線型代数の知識があると有利です。CAD(コンピュータ支援設計)、CAEソフトウェアは進歩の真最中であり、日本は欧米と並びユーザーとして実用研究の最前線です。ただし多くのソフトは欧米発で、その基礎理論研究中枢は日本にはあまりないようです。

2. 例外的に少数ですが社内に数学科出身者がいます。入社してからコンピュータを使う仕事を努力して確保しています。純粋数学以外で一旦社内に軸を持てば数学のキャリアが活かれます。中高校の先生になるよりもむしろ、深く数学に触れる可能性もあります。数学科出身者から伝言をもらっています。「会社で数学力が自然と身に付くことはない。学生時代に努力すべし。」

3. 個人的な数学との関わり

私は高校時代に数学が嫌いになりました。関心がなかったわけではなく、反発を感じていました。数学を勉強する目的がわからなかったからです。大学では物理を専攻し、宇宙物理学者になりたかったのですが全然だめでした。それから何十年もたって数学工房に出



Photo1 藤田明浩さん

会い、挫折理由がわかります。数学の一番基礎を理解しないでその上に構築された数学を利用しようとしたからです。そして 50 歳を過ぎて数学工房と出会い、基礎から数学を勉強してみることになりました。そうこうするうちに数学が好きになってきました。手遅れ？でもやって良かった。さらに最近、趣味だけでなく仕事

にも数学を活かそうとしています。

結論 こんなに科学も数学も進歩して必要学習量が増えたのだから学生時代の習得は無理。数学出身者の伝言と逆ですが、就職先で数学が絡む専門領域を確保した後、数学特有のユビキタス性（いつでもどこでも）を活用して生涯学習するのはどうでしょうか？



入門桑野道場（第2回）

/// 会報編集Gr.自主活動企画（平田、増田）///



会員の皆様、お元気ですか。会報編集 Gr.（平田、増田）です。今号は複素数の問題を取り上げました。問題番号は前号からの通し番号です。どちらか一方の応募でもかまいませんので、よろしくお願いします。

問題(3)

次の値を求めよ。（ i ：虚数単位、 $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ）

- 1) $\sqrt[n]{i}$
- 2) $\sqrt[n]{i}$
- 3) $(1+i)^n + (1-i)^n$

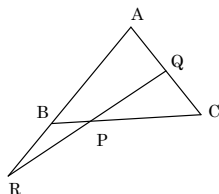


問題(4)

以下に示す Menelaus の定理を証明せよ。複素平面上に 3 点 A, B, C を同一直線上にならないようにとる。△ABC において、直線 BC, CA, AB 上に順に点 P, Q, R をとる。このとき、点 P, Q, R が同一直線上にある必要十分条件は以下の式を満たすことである。

$$\frac{\overline{BP}}{PC} \cdot \frac{\overline{CQ}}{QA} \cdot \frac{\overline{AR}}{RB} = -1$$

なお、複素平面上の点を XY とするとき、 $\overline{XY}$ はこのベクトルに対応する複素数と見る。



解答の宛先：kuwanodojo@googlegroups.com

なお、解答は WORD ファイルか PDF ファイルで送信ください。応募締切日は 10 月 20 日（土）です。

■ ■ ■ No. 90 問題(1)の解答

紙面の都合上問題(1)の解答のみ掲載します。問題(2)の解答は次号で掲載する予定です。問題(1)は Σ 記号の取り扱いを確認するために出題したものです。 Σ 記号の基本テクニックとして、1) 添え字記号の置き換え、2) 添え字の変域の分割の 2 つがあります。

■ 問題(1)再録

次の Lagrange 恒等式が成り立つことを示せ。

$$\left(\sum_{j=1}^n \alpha_j^2 \right) \left(\sum_{j=1}^n \beta_j^2 \right) - \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j \beta_j \right)^2 = \sum_{1 \leq j < k \leq n} (\alpha_j \beta_k - \alpha_k \beta_j)^2$$

★解答(1)

与式の左辺を Δ とおくと次式が得られます。ここで、2 行目の式を導くために、添え字 j の他に添え字 k を使用している点に注意してください。また 3 行目は $j=k$ の場合が相殺されています。

$$\begin{aligned} \Delta &= \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j^2 \right) \left(\sum_{j=1}^n \beta_j^2 \right) - \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j \beta_j \right)^2 \\ &= \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j^2 \right) \left(\sum_{k=1}^n \beta_k^2 \right) - \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j \beta_j \right) \left(\sum_{k=1}^n \alpha_k \beta_k \right) \\ &= \sum_{j \neq k} \alpha_j^2 \beta_k^2 - \sum_{j \neq k} \alpha_j \beta_j \alpha_k \beta_k \quad \dots \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

式①の 3 行目の第 1 項は、次式で表されます。式②の 1 行目は、添え字の変域を分割して表しています。式②の 1 行目から 2 行目は、 Σ 記号の総和の範囲を揃えるために添え字の置き換えを行っていることにご注意ください。

$$\begin{aligned} \text{第 1 項} &= \sum_{j < k} \alpha_j^2 \beta_k^2 + \sum_{j > k} \alpha_j^2 \beta_k^2 \\ &= \sum_{j < k} \alpha_j^2 \beta_k^2 + \sum_{j < k} \alpha_k^2 \beta_j^2 \quad \dots \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

式①の 3 行目の第 2 項は、次式で表されます。式③の 1 行目から 2 行目は添え字の置き換えを行っています。また 2 行目から 3 行目は乗法の交換法則を適用しています。

$$\begin{aligned} \text{第 2 項} &= \sum_{j < k} \alpha_j \beta_k \alpha_k \beta_j + \sum_{j > k} \alpha_j \beta_k \alpha_k \beta_j \\ &= \sum_{j < k} \alpha_j \beta_k \alpha_k \beta_j + \sum_{j < k} \alpha_k \beta_j \alpha_j \beta_k \\ &= 2 \sum_{j < k} \alpha_j \beta_k \alpha_k \beta_j \quad \dots \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

式②、③を式①に代入して整理しますと次式が得られます。

$$\begin{aligned} \Delta &= \sum_{j < k} \alpha_j^2 \beta_k^2 + \sum_{j < k} \alpha_k^2 \beta_j^2 - 2 \sum_{j < k} \alpha_j \beta_k \alpha_k \beta_j \\ &= \sum_{j < k} (\alpha_j^2 \beta_k^2 - 2 \alpha_j \beta_k \alpha_k \beta_j + \alpha_k^2 \beta_j^2) \\ &= \sum_{1 \leq j < k \leq n} (\alpha_j \beta_k - \alpha_k \beta_j)^2 \end{aligned}$$



以上より Lagrange 恒等式が証明されました。

数学工房 2007年9月1日発行
発行人 桑野耕一
編集人 編集Gr.（平田裕一・増田卓）
連絡先

オフィス電話：042-495-6632

数学工房連絡専用（携帯）：08065762691

連絡は極力eメールをご利用下さい。

e-mail：sugakukobo@w5.dion.ne.jp

e-mail：monteverdi2007@erzeb.ne.jp（携帯、緊急用）

ホームページ：

http://www.sugakukobo.com

数学工房 教室

〒170-0003

豊島区駒込1-40-4

全国蕎麦製粉会館2F 202-203

数学工房 オフィス

〒204-0023

清瀬市竹丘1-17-26-401

